**線形代数B/III （4,5,6クラス）宿題その７（ver.a）**

**(2015/01/06講義対応分. 解答提出は2015/01/13の講義開始時)**

**解答は指定解答用紙を用いること。**

注意

解答にあたっては、行列を表すときのカッコと、行列式を表すときのは明確に区別して記述すること。解答用紙は裏面を使用してよいが、表面の最後に「裏面に続く」と明記すること。30点満点。

説明や照明にあたって、定義・定理を引用する場合には、その定義・定理の内容を明記するとともに必ず教科書の頁と行数を示すこと。

問1：２次形式の標準形(2x15)

２次の同次式 について、以下の設問に答えよ。

1-1. 上記に対する３次の実対称係数行列Aを求めよ。



1-2. 行列Aに対する固有値を求める前に、この時点で固有値が持つであろう性質を述べよ。その根拠を教科書のページ数とその文章で示せ。

実数。P115の定理

1-3. 行列Aに対する固有値を求めよ。（ヒント：単根と重根になる）

3（重根）, 6（単根）

1-4. 各固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。



c1 p1 + c2 p2, c3 p3。定数倍がついていること。（c1,c2,c3は零でない実数）

1-5. 行列Aは対角化可能である。その理由と、その根拠となる教科書のページ数と文章を示せ。

実対称行列なのでP117の定理より可能。

ないしは1-4.から線形独立な３本のベクトルが取れることから、P110の定理より可能。

1-6. 行列Aを対角化した行列をBとする。AとBとの間に見られるべき関係を述べよ。その根拠となる教科書のページ数と文章も示せ。

相似。P109定理。

1-7. 実対称行列Aを対角化するときに用意する行列をPとすると、B=P-1APである。このPに備わるべき性質を述べよ。その根拠となる教科書のページ数と文章も示せ。

直交行列P117定理。

正則（実数空間の基底を選ぶことで構成）P109「対角化」でも部分点。（直交すなわち正則）

1-8. 直交行列Pを求めよ。

固有ベクトルを求め、直交正規化すること。λ=3のほうはグラムシュミット法を用いているか、２本が直交することを明示していること。



手計算の回答であろうから、平方根などそのままで可。

1-9. とする。として、 **に代入し、yに関する二次式を計算によって求めよ。**

1-10. 求めたPはyからxへの変換時に右手系を維持するか？根拠とともに説明せよ。

Rank(P)が整数なら右手系維持。P118ないしP152。

1-11. を満たす軌跡を、３次元的に図示せよ。特に各軸との交点の座標は明示すること。

楕円体、(±rt(3),0,0), (0,±rt(3),0), (0,0,±rt(6))で各軸と交わる。座標系が右手系になっていること。（左手系のPであれば左手系）

1-12. Bの固有値を求めよ。計算しないで求める場合はその根拠を述べ、該当する教科書のページ数と文章を示せ。

3,3,6。相似の性質P109より。

1-13. Bの固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

(c1,0,0), (0,c2,0), (0,0,c3)ただしc1,c2,c3は零でない実数。

1-14. 上記1-13.の固有ベクトルは、1-11.の図においてどこに相当するか。

楕円体の各対称（回転）軸。

1-15. 上記1-14の知見をもとに、 を満たす軌跡を、３次元的に図示せよ。

Pの固有ベクトルが楕円体の各回転軸に一致するように描いてあればＯＫ。

以上